

メイクテン

高校3年 岩永 大樹

2021年6月26, 27日 第75回灘校文化祭

1 はじめに

灘校文化祭にお越し頂きありがとうございます。この記事では、「メイクテン (Make10)」というものを紹介しようと思います。多分皆さんは今頃 \sum とか \int とかを見た後 (又はこれから見るところ) だと思うので、ここはそういったものとは少し違う、いわば休み時間のコーナーとでも思って下さい。大丈夫。この記事には \sum も \int も3つずつしか出てきませんし、この記事の中で一番難しい演算は引き算です (笑) 小学生でも楽しめるように作ったつもりです。算数好きの小学生ならお馴染みのテーマで書いてみましたので、拙い文章ですが、最後までお読み頂ければ幸いです。

2 メイクテンとは?

皆さんは、メイクテン (又はテンパズル) をご存じですか? 多分内容は知っていると思いますよ。「メイクテン」とは、「10を作る」という意味です。これでピンと来られた方もいるかも知れませんが、そう、メイクテンとは、与えられた**4つの1桁の整数**と、**四則演算及び括弧のみ**を用いて**計算結果が10になる式を作る遊び**です。4つの数字が書いてある車のナンバーや切符の番号でされることが多く、日経新聞では渋滞時の時間の潰し方として紹介されたこともあります。クイズのネタにしやすいので、多分皆さんは一度はやったことがあると思います。以下の例を見ればメイクテンのルールが分かるかと思います。

$$\text{例 1 } (1, 1, 1, 7) \rightarrow 1 + 1 + 1 + 7 = 10$$

$$\text{例 2 } (5, 6, 5, 2) \rightarrow (6 - 5 \div 5) \times 2 = 10$$

$$\text{例 3 } (2, 4, 7, 2) \rightarrow 7 + (2 + 4) \div 2 = 10$$

数字の順番は変えても構いませんが、1と0を並べて10にするなど数を連結することや、与えられた数のうち使われないものがあつたり、逆に使いすぎたりする (例1で言うと、1を2

回以下しか使わなかったり 4 回以上使ったりすること) のもダメです。ちなみに、メイクテンを拡張して n 乗や \log などを使えるようにしたものが、数研の後ろの黒板に例年書いている「七則」です。

3 答えの存在

さて、ここで、次のような疑問が起こるかも知れません。

「これってどんなときも 10 を作る式が出来るの?」

いいえ。例えば (0,0,0,0) だと足そうが掛けようが、何をしても 0 しか出来ません。つまりこのゲームには、**答えが存在しない場合がある**のです! 一番の問題は、答えがないことを示すのが非常に難しく、判定法などもないということ。直感では答えがないと思っても、本当にそうなのかはコンピューターにでも任せないと分かりません。例えば、次のような場面が発生します。(先に言っておくと、(1,9,9,3) ではどうやっても 10 を作れません。)

-

父「渋滞してて動けないな…そうだ、メイクテンでもするか」

母「んじゃあ、前の車のナンバーは、『1993』ね」

子「う～ん、難しいなあ」

父「そんなの簡単だろ、あれ…出来ない…?」

父・母・子「…」

目的地に到着しても、彼らの心はモヤモヤしたままでした…。

-

こんなことが起きかねません。(似たようなことは何度も体験済) これは防がねば。という訳で、以下に答えが存在しない組み合わせ (Wikipedia より引用) を挙げておきます。

0000 0001 0002 0003 0004 0005 0006 0007 0008 0009 0011 0012 0013 0014 0015 0016 0017
0018 0022 0023 0024 0026 0027 0029 0033 0034 0035 0036 0038 0039 0044 0045 0047 0048
0049 0056 0057 0058 0059 0066 0067 0068 0069 0077 0078 0079 0088 0089 0099 0111 0112
0113 0114 0116 0117 0122 0123 0134 0144 0148 0157 0158 0166 0167 0168 0177 0178 0188
0222 0233 0236 0269 0277 0279 0299 0333 0335 0336 0338 0344 0345 0348 0359 0366 0369
0388 0389 0399 0444 0445 0447 0448 0457 0478 0479 0489 0499 0566 0567 0577 0588 0589
0599 0666 0667 0668 0677 0678 0689 0699 0777 0778 0788 0799 0888 1111 1112 1113 1122
1159 1169 1177 1178 1179 1188 1399 1444 1499 1666 1667 1677 1699 1777 2257 3444 3669
3779 3999 4444 4459 4477 4558 4899 4999 5668 5788 5799 5899 6666 6667 6677 6777 6778
6888 6899 6999 7777 7788 7789 7799 7888 7999 8899

実は、これら 163 個 (及びその並べ替え) では、10 を作れません。これで、この部誌を持ち歩くか Wikipedia を開くかさえすれば、答えがあるかないかはすぐ分かりますね。例えば、先ほどの例の (1,9,9,3) は、上の数の中に 1399 がある (□ で囲んだところ) ことから 10 は出来ないと分かります。Wikipedia 様、ありがとうございます。

もう一つ、重要な事実があります。それは「4 つの異なる自然数 (1~9) を使う場合、必ず答えがある」ということです。つまり、(4,5,9,6) にも、(5,3,7,9) にも、(3,6,4,7) にも、全ての数が 1~9 で、4 つとも異なってさえいれば答えがあるということです。これは強力ですね。その裏には、ちゃんと答えができることをシラミ潰しに調べた人々の根気、苦勞、努力、…etc がある訳ですが。(多分証明方法が調べ上げしかありません。総数、 ${}_9C_4 = 126$ 個です。少ないと思えば少ないのかもしれませんが…) ちなみに僕は 126 個も式を作ってここに書く気にはなりませんでしたが、同級生には全部調べ上げた人がいました。お疲れ様です。(後日追記: こないだ寝る前に計算したら、やっぱり全部作ることが出来ました。20 分くらいはかかりました。ふう。)

4 速く解く

A 普段の場合

という訳で、前節で挙げた「答えがない」ものは除けて考えます。例えば下のような例題。

例 4 (5, 7, 2, 4) →?

ここからは、僕流の解き方を紹介します。(※あくまで個人の解法です)(もっと速いのある場合、教えて下さい。お願いします $m(_)_m$) 僕の場合、始めの奇数が 2 つならまず奇数同士を引き算して小さい偶数を作ります。

$$7 - 5 = 2$$

すると残ったのは (2,2,4) です。これなら

$$2 \times 4 + 2 = 10$$

と出来るので、

$$\underline{(7 - 5) \times 4 + 2 = 10} \quad \text{または} \quad \underline{2 \times 4 + 7 - 5 = 10}$$

が答えになります。もし奇数同士を引いても分からない場合、足し合わせます。

$$5 + 7 = 12$$

(12,2,4) が残るので

$$12 + 2 - 4 = 10 \quad \text{や} \quad 12 \div 2 + 4 = 10$$

以上より

$$\underline{(5+7)+2-4=10} \quad \text{や} \quad \underline{(5+7)\div 2+4=10}$$

となります。

例 5 (5, 7, 9, 4) →?

奇数が 3 つあります。僕なら、大きいものは先に消したいと考えることが多いので、

$$9-7=2$$

とします。すると (5, 4, 2) が残るから

$$5\times 4\div 2=10$$

よって

$$\underline{5\times 4\div (9-7)=10}$$

くらいでしょうか。

また、こんな便利な方法もあります。全ての数を足して、10 を引いて 2 で割ります。その数が元の数の中にあるか元の数のうち幾つかを足したものに等しければ、以下のようにすぐに答えが分かります。

例 6 (4, 4, 6, 8) →?

$$4+4+6+8=22$$

$$(22-10)\div 2=6$$

元の数には 6 が含まれているので

$$\underline{4+4+8-6=10}$$

例 7 (1, 5, 7, 9) →?

$$1+5+7+9=22$$

$$(22-10)\div 2=6$$

$$6=1+5 \quad \text{で、} 1 \text{ と } 5 \text{ は元の数に含まれるので} \quad \underline{7+9-(1+5)=10}$$

これは総和が偶数、つまり奇数が偶数個含まれているときのみ使えます。ただし、(1, 3, 7, 9) のように、和が偶数でもこれが使えないときもあります。僕は、足し算が面倒だし計算も遅いのであまり使いませんが、答えをこの方法で出すのが最速というものも多々あります。

先程数を3つに減らして10を作りましたが、3つの数の組から10を作れるかどうかを素早く考えるのは、正直経験かも知れません。(「(2,2,4) → 出来そう」とか「(2,7,8) → 出来なさそう」とか)といっても、少しやってみればいつの間にか慣れていていると思いますし、速く解く一番の方法は回数を重ねることだと思います。僕は最初は遅かったのに少し速くなれた理由はやはり「慣れ」かなと考えます。但し、時々出てくる(1,3,4)からは10を作れないということは、覚えておくともめっちゃ便利で、とても速くなります。

例えば(3,4,7,8) → $8 - 7 = 1$ とすると残りが(1,3,4)となるのでこの方法では解けないと分かります。

長考してもなお分からない場合、 $ab - cd = 10$ の形になっているものがあります。こういうものに限って数が大きくて掛け算はためられるものばかりですが、一応チェックした方が良いでしょう。これを見つけられたら快感です。

$$\text{例 8 } (6, 8, 8, 9) \rightarrow 8 \times 8 - 6 \times 9 = 10$$

B 特殊な場合

(i) 数が全部一緒

正直、覚えた方が速いです。何回か自力でやれば覚えられますでしょう。

$$(0, 0, 0, 0), (1, 1, 1, 1), (4, 4, 4, 4), (6, 6, 6, 6), (7, 7, 7, 7) \rightarrow \text{無理}$$

$$(2, 2, 2, 2) \rightarrow 2 + 2 \times 2 \times 2 = 10$$

$$(3, 3, 3, 3) \rightarrow 3 \times 3 + 3 \div 3 = 10$$

$$(5, 5, 5, 5) \rightarrow 5 + 5 + 5 - 5 = 10$$

(8,8,8,8)、(9,9,9,9)は最後に問題として載せておきます。是非考えてみて下さい。

(ii) 分数が計算過程で出てくる場合

レアケースです。分数を使わないと解けないものは非常に少なく、覚えることも出来ます。ネット記事やクイズなどではこれらが出題されることが多いので、1つくらい見たことがあるかも知れません。この記事では、それを全て最後の問題に出しています。じっくり考えてみて下さい。以下に、分数を使っても解ける例を示します。波線部は整数ではありません。

$$\text{例 9 } (3, 4, 6, 7) \rightarrow 6 \times \underline{(4 - 7 \div 3)} = 10$$

$$\text{例 10 } (1, 5, 8, 9) \rightarrow 8 \div \underline{(9 \div 5 - 1)} = 10$$

但し、それぞれ $4 \times 7 - 3 \times 6 = 10$ 、 $5 \times (1 + 9 - 8) = 10$ など分数を経由しない解き方もあります。

5 実践!

問題を作ってみました。文化祭中や家で、暇なときに解いてみてください。解答はこの記事の終わりにあります。難易度は主観です。

A 簡単

① $(3, 3, 7, 9) \rightarrow$

② $(1, 6, 8, 9) \rightarrow$

③ $(3, 3, 3, 4) \rightarrow$

④ $(4, 4, 7, 9) \rightarrow$

⑤ $(5, 6, 8, 9) \rightarrow$

⑥ $(5, 4, 7, 8) \rightarrow$

⑦ $(4, 4, 5, 7) \rightarrow$

B 普通

⑧ $(3, 4, 9, 9) \rightarrow$

⑨ $(7, 7, 7, 8) \rightarrow$

⑩ $(2, 2, 7, 9) \rightarrow$

⑪ (4, 6, 7, 9) →

⑫ (5, 6, 6, 9) →

⑬ (4, 4, 6, 9) →

⑭ (6, 6, 9, 9) →

C 難しい

⑮ (1, 1, 9, 9) →

⑯ (8, 8, 8, 8) →

⑰ (9, 9, 9, 9) →

⑱ (7, 7, 7, 9) →

⑲ (1, 1, 5, 8) →

⑳ (1, 3, 3, 7) →

㉑ (3, 4, 7, 8) →

6 あとがき

僕がメイクテンに出会ったのは、小学生のときに通っていた塾です。先生が、「車にボーっと乗っているより、車のナンバーで 10 でも作ったら算数の力が伸びる」と言って教えて下さったのがきっかけです。中学に入るまではたまに車の中でやっていた程度でした。中 2 くらいから、道路を走って来る車のナンバーで 10 を作るというのを意識的にやったところ、最初はとても遅く、解いていた番号を忘れてしまうこともありましたが、今ではナンバーが見えた瞬間から自分の横を車が通過する瞬間までの間に 10 を作れるようになりました。しかし視力がどんどん低下しているので、もはやそっちとの闘いになってしまっています…。

皆さんも暇な時間など、是非メイクテンを楽しんで頂ければと思います。1 桁の整数の組の総数は 715 通り、その中で答えがあるのは 552 通り。ルールも決して複雑ではなく、1 秒で解けることもあります。メイクテンは時に人を何時間も悩ませ、解かれた後には快感をも覚えさせられる、そんな奥深いところもあるゲームだと僕は思っています。ここにメイクテンの全てを書くことは不可能だと思いますが、皆さんがメイクテンに触れるきっかけに少しでもなれば幸いです。ここまで稚拙な文章を読んで頂き、本当にありがとうございました。

えっ? \sum や \int やらはどこに出てくるのかって? もう全部出てきましたよ。

7 参考文献

- <https://ja.wikipedia.org/wiki/テンパズル>
- <https://open.mixi.jp/user/2173139/diary/1934511438>
- https://tools.m-bsys.com/original_tool/10puzzle.php
- <https://masasanno.com/puzzle/tenpuzzle/> (2021 年 6 月 25 日時点でリンク切れしてました)

メイクテンを解いてくれるプログラムやアプリもあります。詳しくはインターネットで検索して下さい。

メイクテン



8 解答

足し算や掛け算の順序が逆であるなど、実質的に同じと言える解答は省いています。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 7 + 9 - 3 - 3 = 10 \\ & (3 \times 7 + 9) \div 3 = 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad 8 + 9 - 1 - 6 = 10$$

$$\textcircled{3} \quad 3 \times 3 + 4 - 3 = 10$$

$$\textcircled{4} \quad 4 + 4 - 7 + 9 = 10$$

$$\textcircled{5} \quad 5 + 6 + 8 - 9 = 10$$

$$\begin{aligned} \textcircled{6} \quad & 5 + 4 + 8 - 7 = 10 \\ & 5 + 7 - 8 \div 4 = 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{7} \quad 4 + 4 - 5 + 7 = 10$$

$$\begin{aligned} \textcircled{8} \quad & (9 + 9) \div 3 + 4 = 10 \\ & 4 + 9 - 9 \div 3 = 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{9} \quad (7 + 7) \div 7 + 8 = 10$$

$$\begin{aligned} \textcircled{10} \quad & 2 \times (7 \times 2 - 9) = 10 \\ & 2 + (7 + 9) \div 2 = 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{11} \quad (7 + 9) \div 4 + 6 = 10$$

$$\textcircled{12} \quad 5 \times 6 \div (9 - 6) = 10$$

$$\begin{aligned} \textcircled{13} \quad & (6 - 4) \times (9 - 4) = 10 \\ & 4 + 4 \times 9 \div 6 = 10 \end{aligned}$$

$$\textcircled{14} \quad (6 + 9) \times 6 \div 9 = 10$$

$$\textcircled{15} \quad 9 \times (1 + 1 \div 9) = 10$$

$$\textcircled{16} \quad (8 + 8) \div 8 + 8 = 10$$

$$\textcircled{17} \quad (9 \times 9 + 9) \div 9 = 10$$

$$\textcircled{18} \quad (7 \times 9 + 7) \div 7 = 10$$

$$\textcircled{19} \quad 8 \div (1 - 1 \div 5) = 10$$

$$\textcircled{20} \quad 3 \times (1 + 7 \div 3) = 10$$

$$\textcircled{21} \quad 8 \times (3 - 7 \div 4) = 10$$

因みに、4-B-(ii) 分数が計算途中で出てくる場合で述べた「分数を使わないと解けない」ものは上の $\textcircled{15}$ $\textcircled{19}$ $\textcircled{20}$ $\textcircled{21}$ の4つで、逆にそれ以外存在しません。